

CONSIDERAÇÕES SOBRE MODULAÇÃO CODIFICADA POR BLOCO PARA CONSTELAÇÕES M -QAM NÃO QUADRADAS²

Geraldo Gil R. Gomes
INATEL
ge@inatel.br

Renato Baldini Filho
DECOM-FEEC-UNICAMP
baldini@decom.fee.unicamp.br

Resumo

Um método para redução da complexidade de decodificação de esquemas M -QAM codificados por blocos foi apresentado por Williams [1]. Este método está fundamentado no fato de que qualquer constelação QAM quadrada pode ser considerada a composição de dois esquemas ASK unidimensionais ortogonais e que cada esquema ASK pode ser codificado por bloco individualmente. Entretanto, este método é válido somente para M igual a uma potência par de 2. Este artigo apresenta uma extensão do método proposto por Williams [1; 2] para M igual a uma potência ímpar de 2, isto é, para esquemas QAM não quadrados [5; 6]. A relação de compromisso entre o ganho de codificação assintótico e a eficiência de largura de faixa é também analisada [7].

Abstract

Williams [1] has shown a method to reduce the decoding complexity of block coded M -QAM schemes. That method takes advantage of the fact that any QAM constellation can be considered as two orthogonal one-dimensional ASK schemes and that each ASK scheme can be individually block encoded. However, that method is only valid for M equal an even power of 2. This paper presents an extension of the encoding method proposed by Williams [1; 2] for M equal to an odd power of 2, that is, for non-square QAM

[4; 5]. The asymptotic coding gain and bandwidth efficiency trade-off has also been analyzed [6].

1. INTRODUÇÃO

O processo de codificação para modulação codificada por bloco (BCM) está baseado na regra de partição de conjunto [3] para combinar vários códigos de blocos com pontos de uma constelação de sinais. Por este processo, são formados arranjos de palavras código que usam códigos de bloco mais *poderosos* para a proteção dos bits mais vulneráveis aos efeitos dos erros produzidos no meio de transmissão e códigos de bloco mais *fracos* para a proteção dos bits que estão menos sujeitos a erros. A Fig. 1 mostra um arranjo de palavras código usando uma constelação com 2^L pontos de sinais [4]. Para cada combinação binária correspondente às colunas do arranjo é designado um símbolo de modulação.

Se a progressão da distância Euclidiana produzida nos subconjuntos da regra de partição de conjunto para uma constelação é dada por $\Delta_0 \leq \Delta_1 \leq \dots \leq \Delta_{L-1}$, então a mínima distância Euclidiana quadrática entre qualquer par de palavras código do arranjo é dada por

$$D_{\min}^2 \geq \text{MIN} \{d_i \Delta_{i-1}^2\} \quad i = 1, 2, \dots, L \quad (1)$$

² Este artigo reúne três outros artigos apresentados ou submetidos, por ordem cronológica, para os seguintes simpósios: 4th International Symposium on Communication Theory and Applications, Ambleside, UK, July of 1997; XV Simpósio Brasileiro de Telecomunicações, Recife, PE, Setembro de 1997; e 1998 - International Telecommunication Symposium, São Paulo, SP, August of 1998.

onde d_i é a distância de Hamming mínima de um código de bloco (n, k_i, d_i) .

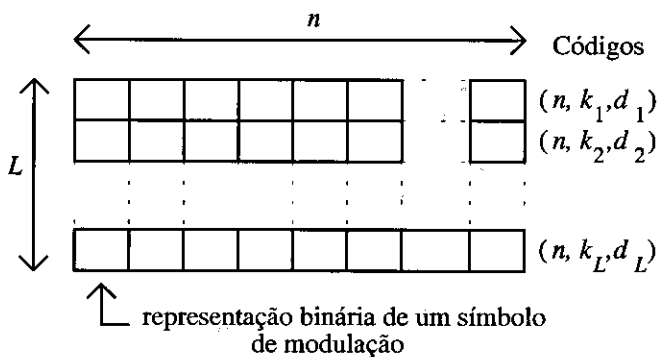


Fig. 1 - Arranjo de palavras código para uma constelação de 2^L pontos.

Pelo fato dos esquemas BCM serem construídos em camadas de palavras código, os algoritmos de decodificação são feitos também em camadas. Entretanto, a complexidade destes algoritmos aumenta fortemente com o comprimento das palavras códigos. Williams [1; 2] apresentou um método para a redução da complexidade de esquemas M -QAM codificados por blocos. Este esquema utiliza a vantagem do fato de que qualquer constelação QAM pode ser considerada como sendo dois esquemas ASK unidimensionais ortogonais e que cada esquema ASK pode ser codificado por bloco individualmente. Na próxima seção há uma breve descrição do esquema de codificação apresentado por Williams.

2. MODULAÇÃO CODIFICADA PARA ESQUEMAS M -QAM QUADRADOS

Qualquer modulação bidimensional pode ser considerada como formada por duas modulações por deslocamento de amplitude (ASK) ortogonais. Assim, um ponto de sinal bidimensional corresponde a dois pontos unidimensionais. Por exemplo, uma constelação M -QAM quadrada M -ária consiste da multiplexação de dois sinais \sqrt{M} -ário ASK, onde \sqrt{M} é um inteiro. A Fig. 2 mostra uma constelação 16-QAM decomposta em duas constelações 4-ASK.

Nota-se que é possível aplicar a regra de partição de conjunto [3] junto com códigos de bloco para correção de erro em cada dimensão separadamente. Se E é a distância Euclidiana mínima entre quaisquer dois pontos para uma constelação M -QAM quadrada, então a cadeia das distâncias Euclidianas mínimas dos subconjuntos resultantes da regra de partição para cada dimensão é $E, 2E, 4E, \dots$, enquanto que para o M -QAM bidimensional esta cadeia é $E, \sqrt{2} E, 2E, \dots$

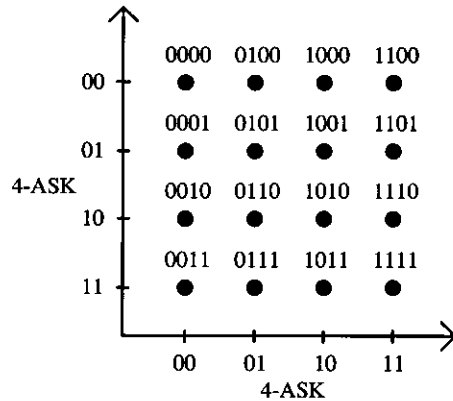


Fig. 2 - Constelação 16-QAM formada por duas 4-ASK.

Portanto, as distâncias de Hamming mínimas dos códigos de blocos dos arranjos correspondentes à codificação através da composição de constelações unidimensionais, decrescem duas vezes mais rapidamente quando comparadas com aquelas correspondentes à respectiva constelação M -QAM. Este fato permite que sejam encontrados arranjos de palavras código, para cada uma das dimensões, com a mesma taxa e comprimento de bloco que aqueles encontrados para M -QAM. Porém, o arranjo para o caso da codificação unidimensional terá metade do número de linhas do arranjo para o caso bidimensional. Assim, o número dos vizinhos mais próximos é dramaticamente reduzido no caso unidimensional. Consequentemente, os processos de codificação e decodificação em cada dimensão podem ser exatamente os mesmos.

Para a constelação 16-QAM ilustrada na Fig. 2, as duas constelações unidimensionais de quatro pontos podem ser codificadas usando códigos de bloco (n, k_i, d_i) , como mostrado na Fig. 3. O comprimento das palavras código é n ; k_i é o número de bits de informação na linha i , e d_i é a distância de Hamming mínima do código de bloco que codifica a linha i . A taxa de codificação total para o esquema apresentado é igual a $3/4$.

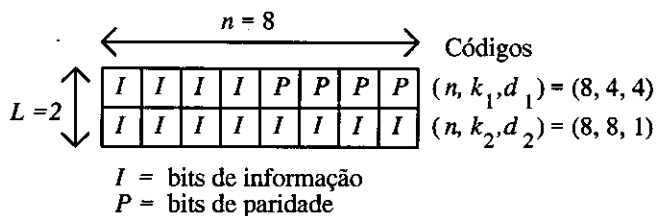


Fig. 3 - Arranjo de palavras código utilizadas em cada dimensão para o 16-QAM.

O ganho de codificação assintótico de um esquema de modulação sobre uma modulação não codificada pode ser determinado por

$$g_{\infty} = 10 \log_{10} \left(\frac{D_{min,c}^2}{P_c} \times \frac{P_r}{D_{min,r}^2} \right) \quad [dB] \quad (2)$$

onde $D_{min,c}^2$ e P_c são a distância Euclidiana mínima e a potência média de um esquema de modulação codificada, respectivamente e $D_{min,r}^2$ e P_r são a distância Euclidiana mínima e a potência média da constelação não codificada de referência. Para o exemplo da Fig. 3, o ganho assintótico é 3,01 dB sobre o 8-QAM não codificado.

A generalização destes códigos para constelações M -QAM com números de pontos maiores é direta; bastando-se acrescentar outras linhas sem codificação ao arranjo de palavras código apresentados na Fig. 3.

O método de codificação proposto por Williams é válido somente para constelações M -QAM onde M é igual a uma potência par de 2, isto é, para esquemas M -QAM quadrados. Na próxima seção está apresentada uma extensão deste método de codificação para constelações M -QAM onde M é igual a uma potência ímpar de 2, isto é, para esquemas M -QAM não quadrados.

3. MODULAÇÃO CODIFICADA PARA CONSTELAÇÕES M -QAM NÃO QUADRADAS

É possível diminuir a dimensionalidade de constelações M -QAM não quadradas usando a partição

apresentada na Fig. 4 para a constelação 32-QAM [5] (Método 1).

A partição produz duas constelações 16-QAM. O bit mais à direita da palavra binária atribuída a cada ponto da constelação seleciona uma das duas constelações 16-QAM. O bit mais à direita de cada palavra binária é também o mais vulnerável a erros introduzidos pelo canal. Um desvio do ponto de modulação recebido maior do que $\Delta_0/2$ em relação ao ponto transmitido, pode produzir um erro nesta posição de bit.

Nota-se que existem agora duas constelações 16-QAM e é possível decompor cada uma delas em duas constelações ASK unidimensionais e, então, aplicar o método de codificação descrito na seção anterior [1; 2]. A Fig. 5 mostra um exemplo de arranjo de palavras código de comprimento $n = 16$ para um esquema 32-QAM codificado. Neste caso, a taxa total de codificação é 11/16 e o ganho assintótico é igual a 5,16 dB. O código de repetição (16, 1, 16) é responsável pela seleção de uma das constelações 16-QAM. Se a decisão no receptor é que um bit 1 foi transmitido, então a constelação 16-QAM da direita é selecionada, caso contrário a da esquerda é selecionada. Nota-se que os dois códigos de bloco que restaram no arranjo são os mesmos para ambas as modulações ASK.

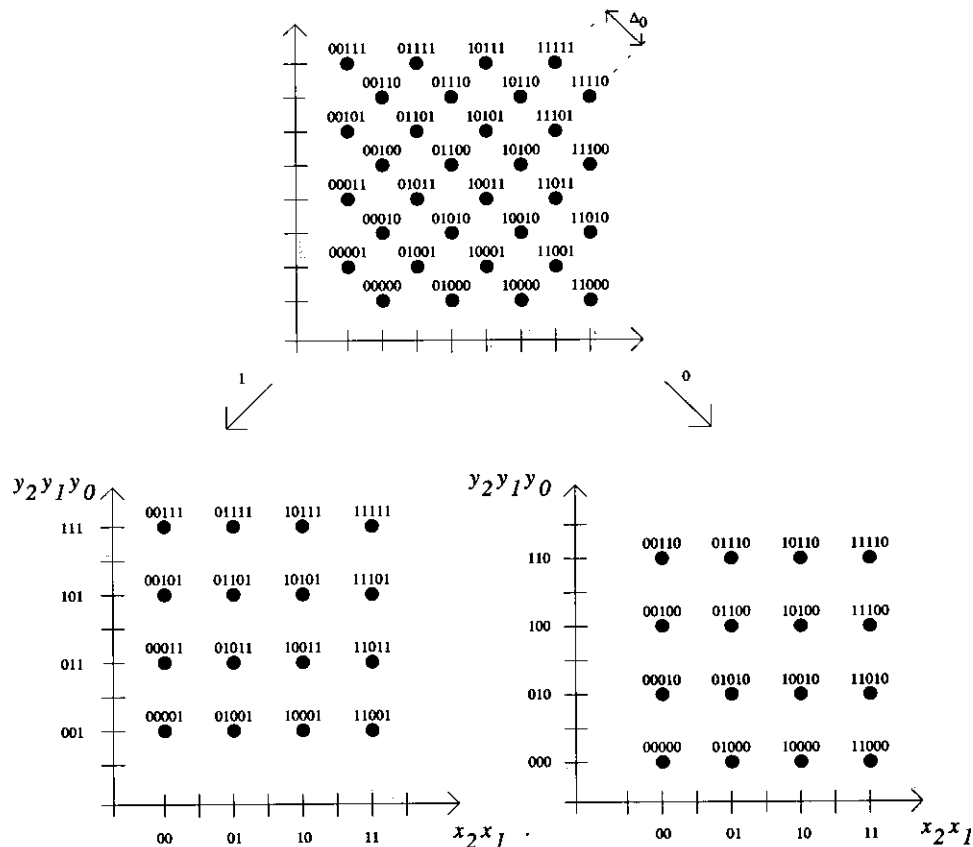


Fig. 4 - Partição de uma constelação 32-QAM.

Existe, entretanto, um inconveniente neste procedimento de seleção das subconstelações quadradas. Observa-se que a distância Euclidiana mínima da constelação Δ_0 , quando projetada sobre o eixo responsável pela seleção de uma das constelações 16-QAM, sofre uma redução de $\sqrt{2}$. Isso força o uso de um código de repetição com distância de Hamming mínima 4 vezes maior do que a distância de Hamming mínima do segundo nível de codificação, para que, no caso do exemplo apresentado, a distância quadrática mínima final seja igual a distância quadrática mínima da última linha do arranjo, que não está codificada.

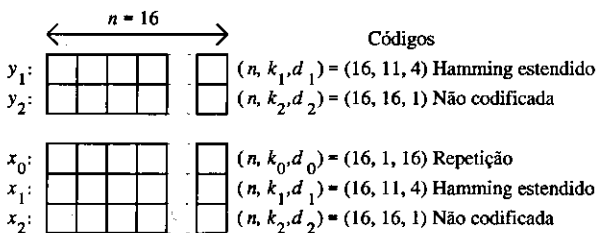


Fig. 5. Arranjos de palavras código usadas em cada dimensão do 32-QAM codificado.

Uma forma de contornar este inconveniente é o de considerar-se a projeção de Δ_0 nos dois eixos, fazendo-se com que a menor distância de decisão entre a subconstelação par ou ímpar seja a composição vetorial das projeções [6] (Método 2). Assim a redução de $\sqrt{2}$ é compensada e, agora, a distância de Hamming mínima do código de repetição pode ser a metade da anterior. Assim, um desempenho ligeiramente inferior ao obtido anteriormente, pode ser alcançado com códigos de comprimento $n = 8$, conforme apresentado na Fig. 6. A nova taxa de codificação é $5/8$ e o ganho assintótico é 4,75 dB. A redução do desempenho está associada à diminuição da taxa de codificação.

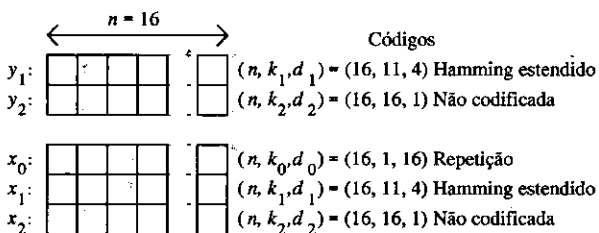


Fig. 6. Alternativa para o arranjo de palavra código do 32-QAM codificado.

A composição ortogonal da constelação 32-QAM pelas constelações ASK está apresentada na Fig. 7.

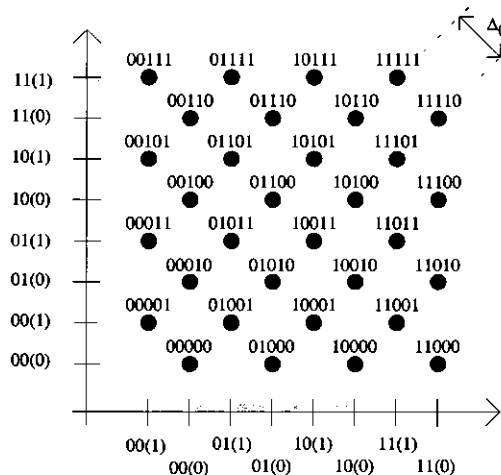


Fig. 7 - Constelação 32-QAM codificada com seleção de subconstelações par ou ímpar nos dois eixos.

Esquemas Codificados	Taxa Total de Codificação R_c	Arranjos de Códigos do Eixo x (n, k, d)	Ganhos Assintóticos [dB]
32-QAM	31/40	(8, 1, 8) (8, 7, 2) (8, 8, 1)	2,67 sobre 16-QAM
32-QAM	11/16	(16, 1, 16) ³ (16, 11, 4) ³ (16, 16, 1)	5,16 sobre 16-QAM
32-QAM	19/32	(32, 1, 32) ⁴ (32, 16, 8) ⁴ (32, 31, 2)	7,54 sobre 16-QAM
128-QAM	47/56	(8, 1, 8) (8, 7, 2) (8, 8, 1) (8, 8, 1)	2,87 sobre 64-QAM
128-QAM	87/112	(16, 1, 16) (16, 11, 4) (16, 16, 1) (16, 16, 1)	5,54 sobre 64-QAM
128-QAM	169/224	(32, 1, 32) (32, 16, 8) (32, 31, 2) (32, 32, 1)	8,16 sobre 64-QAM
512-QAM	7/8	(8, 1, 8) (8, 7, 2) (8, 8, 1) (8, 8, 1) (8, 8, 1)	2,94 sobre 256-QAM
512-QAM	119/144	(16, 1, 16) (16, 11, 4) (16, 16, 1) (16, 16, 1) (16, 16, 1)	5,7 sobre 256-QAM
512-QAM	223/288	(32, 1, 32) (32, 16, 8) (32, 31, 2) (32, 32, 1) (32, 32, 1)	8,42 sobre 256-QAM

Tabela 1 - Esquemas M-QAM não quadradas codificados por bloco com seleção de subconstelação em um eixo.

³ Hamming estendido.

⁴ Reed-Muller puncionado.

O bit entre parênteses, que rotula cada um dos símbolo ASK nos dois eixos, é o bit mais à direita de cada palavra binária que rotula cada símbolo da constelação 32-QAM.

Os dois processos de codificação podem ser aplicados a outras constelações M -QAM não quadradas ($M = 8, 32, 128, 512$). As tabelas 1 e 2 apresentam algumas combinações de códigos de bloco e modulações M -QAM não quadradas e seus respectivos ganhos de codificação.

Esquemas Codificados	Taxa Total de Codificação R_c	Arranjos de Códigos (n, k, d)	Ganhos Assintóticos [dB]
32-QAM	3/4	(4, 1, 4) (4, 3, 2) (4, 4, 1)	2,53 sobre 16-QAM
32-QAM	5/8	(8, 1, 8) (8, 4, 4) ¹ (8, 8, 1)	4,75 sobre 16-QAM
32-QAM	41/80	(16, 1, 16) (16, 5, 8) ² (16, 15, 2)	6,9 sobre 16-QAM
128-QAM	23/28	(4, 1, 4) (4, 3, 2) (4, 4, 1) (4, 4, 1)	2,78 sobre 64-QAM
128-QAM	41/56	(8, 1, 8) (8, 4, 4) (8, 8, 1) (8, 8, 1)	5,29 sobre 64-QAM
128-QAM	75/112	(16, 1, 16) (16, 5, 8) (16, 15, 2) (16, 16, 1)	7,91 sobre 64-QAM
512-QAM	31/36	(4, 1, 4) (4, 3, 2) (4, 4, 1) (4, 4, 1) (4, 4, 1)	2,87 sobre 256-QAM
512-QAM	19/24	(8, 1, 8) (8, 4, 4) (8, 8, 1) (8, 8, 1) (8, 8, 1)	5,51 sobre 256-QAM
512-QAM	107/144	(16, 1, 16) (16, 5, 8) (16, 15, 2) (16, 16, 1)	8,16 sobre 256-QAM

Tabela 2 - Esquemas M -QAM não quadradas codificadas por bloco com seleção de subconstelação nos dois eixos.

4. RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

Os resultados de desempenho mostrados a seguir apresentam as curvas de taxa de erro de bit em função de E_b/N_0 para uma constelação 16-QAM não codificada utilizada como referência e uma constelação 32-QAM codificada por bloco, utilizando-se os códigos $C_0 = (4, 1, 4)$; $C_1 = (4, 3, 2)$ e $C_2 = (4, 4, 1)$. Tais constelações estão apresentadas nas figuras

7 e 8 respectivamente. O símbolo de coordenadas $y = 1; x = 1$ (1111) foi o símbolo escolhido para a transmissão na constelação 16-QAM, uma vez que este é um daqueles que representa o pior caso por possuir um maior número de símbolos vizinhos.

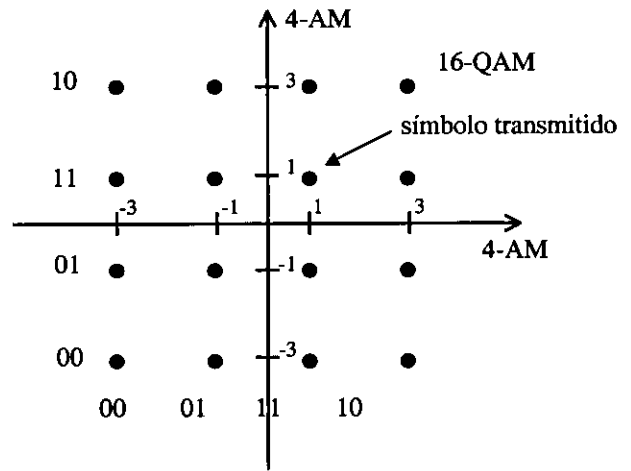


Fig. 7 - Constelação 16-QAM de referência.

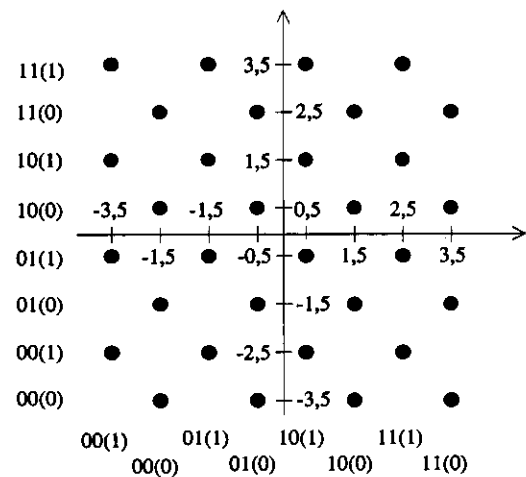


Fig. 8 - Constelação 32-QAM codificada por bloco.

O símbolo de coordenadas $y = -0,5; x = 0,5$ (1001(1)), foi o símbolo da constelação 32-QAM escolhido para a transmissão. O desempenho obtido por simulação do esquema BCM 32-QAM comparado com o esquema 16-QAM não codificado está apresentado na Fig. 9.

Conforme mostrado na Tabela 2, o ganho assintótico para o esquema que foi simulado é igual a 2,53 dB. Observa-se que o ganho de codificação obtido para uma taxa de erro próxima de 10^{-6} é de aproximadamente 2,26 dB, ou seja, um resultado coerente com o ganho assintótico calculado [6].

¹ Hamming estendido

² Reed-Muller

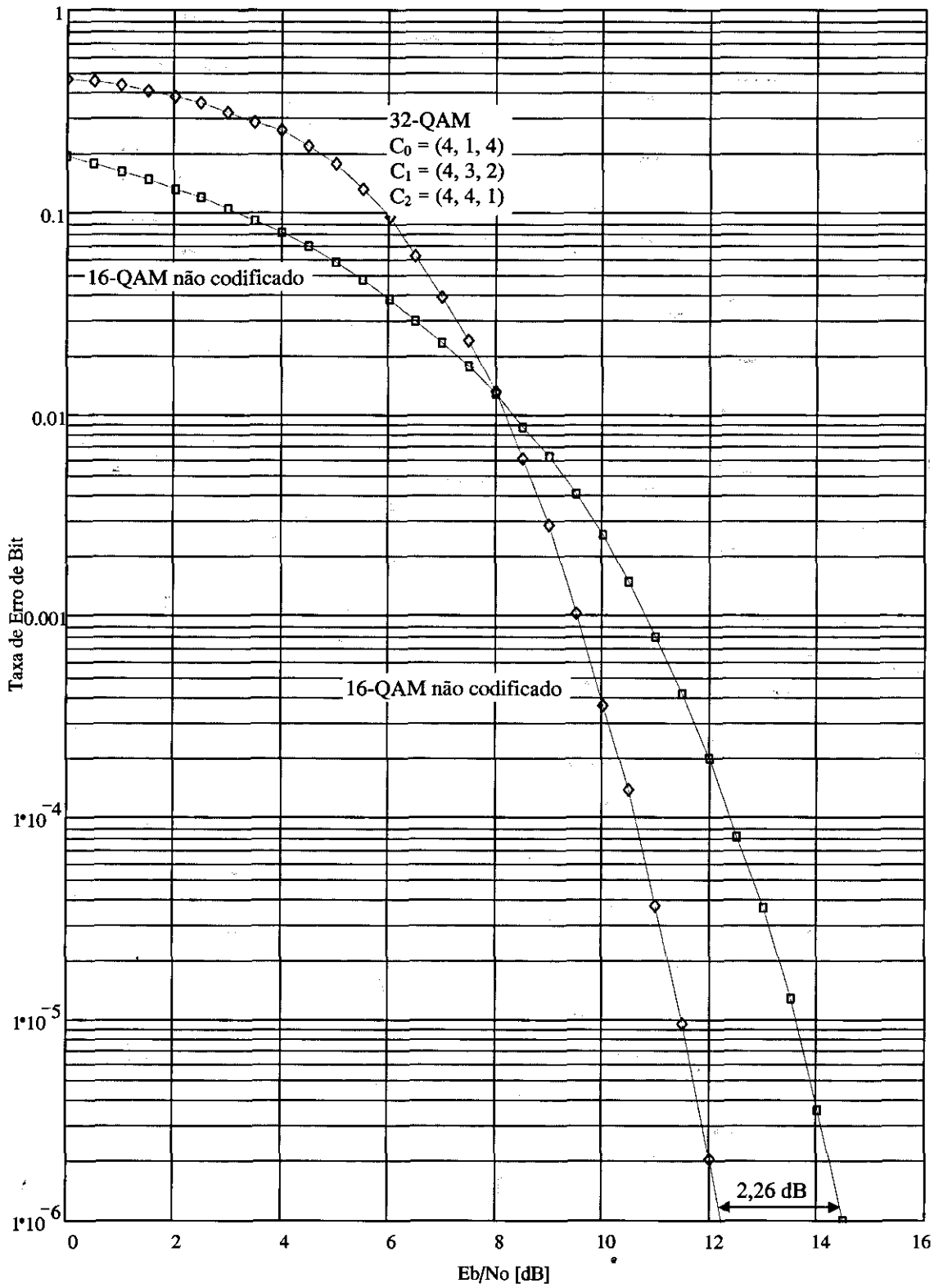


Fig. 9 - Curvas da Taxa de Erro de Bits vs. E_b/N_0 de um esquema BCM 32-QAM e de um esquema 16-QAM não codificada.

6. DESEMPENHO DE ALGUNS ESQUEMAS BCM 32-QAM COM CÓDIGOS REED-MULLER

Os ganhos assintóticos de alguns esquemas 32-QAM usando códigos Reed-Muller na primeira linha do arranjo são apresentados na Tabela 5.

Arranjo de palavras código	Taxa Total de Codificação R_c	Eficiência de largura de faixa [bits/símb/Hz]	Distância euclidiana quadrática mínima	Ganhos Assintóticos [dB] sobre 16-QAM
(8, 4, 4) (8, 7, 2) (8, 8, 1)	17/20	4,25	0,762	3,07
(16, 5, 8) (16, 11, 4) (16, 16, 1)	59/80	3,68	1,524	5,46
(32, 16, 8) (32, 26, 4) (32, 32, 1)	33/40	4,125	1,524	5,95
(64, 42, 8) (64, 57, 4) (64, 64, 1)	71/80	4,438	1,524	6,27
(64, 22, 16) (64, 42, 8) (64, 63, 2)	29/40	3,63	3,048	8,4

Tabela 5 - Parâmetros de desempenho de um esquema BCM 32-QAM com códigos Reed-Muller na primeira linha do arranjo - Método 2.

A Fig. 10 mostra a eficiência de largura de faixa (BW) encontrada para esquemas 32-QAM codificados usando códigos de repetição e Reed-Muller na primeira linha do arranjo.

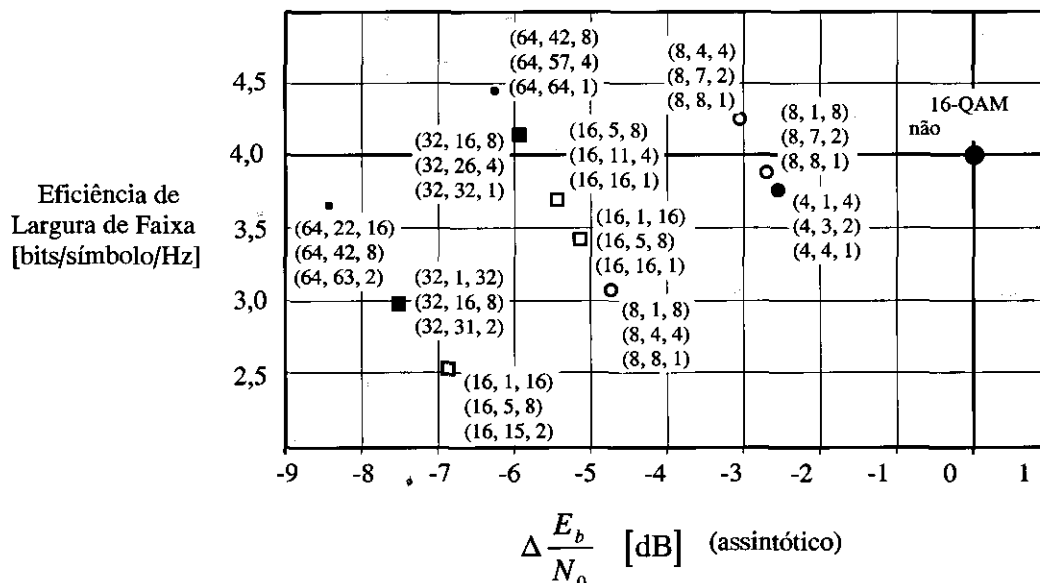


Fig. 10 - Eficiência de largura de faixa de esquemas BCM 32-QAM

Como um exemplo, o esquema 32-QAM que utiliza o conjunto de códigos de bloco Reed-Muller (8, 4, 4), paridade (8, 7, 2) e última linha sem codificação (8, 8, 1), tem um ganho assintótico sobre o 16-QAM não codificado igual a 3,07 dB e uma eficiência de largura de faixa igual a 4,25 bits/símbolo/Hz. Já o esquema 32-QAM que utiliza um conjunto de códigos de bloco com o mesmo comprimento, com códigos de repetição (8, 1, 8), paridade (8, 7, 2) e última linha não codificada (8, 8, 1), tem ganho assintótico igual a 4,75 dB e eficiência de largura de faixa igual a 3,125 bits/símbolo/Hz. Note que neste caso as distâncias de Hamming dos códigos utilizados é igual ao dobro das distâncias de Hamming do caso anterior. Por outro lado, um conjunto de códigos de bloco com as mesmas distâncias de Hamming e metade do comprimento, como é o caso do conjunto (4, 1, 4) repetição, (4, 3, 2) paridade e última linha sem codificação (4, 4, 1), apresenta um ganho de codificação assintótico igual a 2,53 dB e eficiência de largura de faixa igual a 3,75 bits/símbolo/Hz. Portanto, a utilização de códigos Reed-Muller na primeira linha do arranjo, pode produzir melhores ganhos de codificação e melhores eficiências de largura de faixa quando comparado com um conjunto de códigos que utiliza um código de repetição na primeira linha do arranjo de palavras códigos, com as mesmas distâncias de Hamming, porém metade do comprimento de bloco.

A generalização do método de codificação utilizando códigos Reed-Muller para outras constelações M -QAM, onde M é uma potência ímpar de 2, é direta.

7. CONCLUSÕES

Foi apresentado neste artigo uma extensão do método de codificação proposto por Williams [1] para constelações QAM não quadradas. Como pode ser visto pelas Tabelas 1 e 2, arranjos simples podem produzir ganhos de codificação assintóticos muito bons para aquelas modulações QAM não quadradas. Os dois métodos de codificação apresentados têm diferentes graus de complexidade de decodificação em função dos comprimentos dos códigos utilizados. Uma menor complexidade de decodificação pode ser obtida com uma ligeira redução do ganho de codificação assintótico.

Foi mostrado também que a utilização de códigos da classe Reed-Muller na primeira linha do arranjo de codificação pode melhorar a eficiência de largura de faixa mantendo-se ainda bons valores de ganhos de codificação assintótico.

REFERÊNCIAS

- [1] Williams, R. G. C. - *Low complexity block coded modulation*. Manchester, Victoria University of Manchester, 1988. Thesis (PhD) University of Manchester.
- [2] Williams, R. G. C. & Farrell, P. G. Block coding for voiceband modems. *BT Technology Journal*, 10(1) : 101-11, Jan., 1992.
- [3] Ungerboeck, G. - Channel coding with multilevel/phase signal. *IEEE Transactions on Information Theory*, IT-28(2) : 55-67, Jan., 1982.
- [4] Sayegh, S. I. - A class of optimum block codes in signal space. *IEEE Transactions on Communications*, COM-34(10) : 1043-45, Oct., 1986.
- [5] Gomes, G. G. R. & Baldini Filho, R. - *Modulação codificada por blocos para constelações M-QAM não quadradas*. UNICAMP, 1997. Tese de Mestrado em Engenharia Elétrica na área de Eletrônica e Comunicações.
- [6] Gomes, G. G. R. & Baldini Filho, R. - *Block coded modulation for non-square QAM*. 4th International Symposium on Communication Theory & Application, Charlotte Mason College, Ambleside, Lake District, UK, 1997.
- [7] Gomes, G. G. R. & Baldini Filho, R. - *On Bandwidth Efficiency of BCM applied to non-square M-QAM*. 1998 International Telecommunications Symposium, Maksoud Plaza Hotel, São Paulo, 1998.
- [8] Wicker, S. B. - *Error control systems for digital communication and storage*. Upper Saddle River, New Jersey, Prentice Hall, 1995.

Sobre os autores

Geraldo Gil Ramundo Gomes recebeu o título de Engenheiro Eletricista opção Eletrônica pelo INATEL em 1981 e de Mestre em Engenharia Elétrica pela UNICAMP

em 1997. Trabalhou em empresas privadas como Engenheiro de Projetos e Gerente de Pesquisa e Desenvolvimento até 1991. É professor do INATEL desde 1991 e atualmente é gerente do Centro de Projetos, Desenvolvimento e Pesquisa - PRODEP - do INATEL. É candidato ao título de Doutor em Engenharia Elétrica pela UNICAMP onde vem trabalhando com modulação codificada.

Endereço para contato: INATEL - PRODEP, Av. João de Camargo, 510, CEP 37540-000, Santa Rita do Sapucaí - MG. Tel. (035) 471-9322, e-mail: ge@inatel.br.

Renato Baldini Filho concluiu o curso de Engenharia Elétrica na UNICAMP em 1980. Recebeu o título de Mestre em Engenharia Elétrica pela UNICAMP em 1983. É PhD pela Universidade de Manchester, Inglaterra, em 1992. Ocupou o cargo de Engenheiro Eletrônico/Pesquisador no período de 1982 a 1984 e Pesquisador do Convênio Unicamp/Telebrás de 1984 a 1988 e de 1993 a 1997. É professor do Departamento de Comunicações - DECOM - da Faculdade de Engenharia Elétrica e da Computação - FEEC - da UNICAMP, tendo sido vice-chefe do DECOM no período 1997-1998. O Professor Baldini é o atual chefe do DECOM.

Endereço para contato: DECOM-FEEC-UNICAMP, Caixa Postal 6101, CEP 13083-970, Campinas, SP. e-mail: baldini@decom.fee.unicamp.br.