TP537 – Transmissão Digital
3ª Avaliação – 03/07/2017 – 15:30h
Prof. Dayan Adionel Guimarães

Nota:

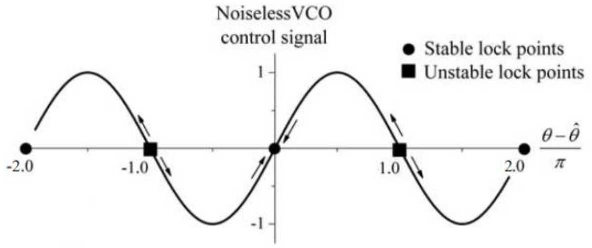
Aluno(a): ____

Prova com consulta ao livro texto e ao artigo sobre sensoriamento, com duração de 1h50min.
A interpretação é parte integrante das questões. Seja organizado e sucinto. Boa prova!

1ª questão (25 pontos, 30 após redistribuição)

Desenhe e interprete a curva S para o PLL da Fig. 6.90, admitindo que o sinal de entrada do PLL é $\cos(2\pi f_c t+\theta)$. Apresente os cálculos.

Solução
Seja $e(t)$ o sinal de saída do *mixer* da Fig. 6.90. Usando a identidade trigonométrica (A.8), tem-se: $e(t)=\cos(2\pi f_c t+\theta)\sin(2\pi f_c t+\hat{\theta})=\tfrac{1}{2}\sin(\hat{\theta}-\theta)+\tfrac{1}{2}\sin(4\pi f_c t+\theta+\hat{\theta})$. O sinal de controle do VCO, após o efeito de filtragem do integrador será $e'(t)\propto\sin(\hat{\theta}-\theta)$, resultando na curva S a seguir, onde se observa que os pontos de travamento estáveis são múltiplos inteiros de 2π. Portanto, tal sistema não produz ambiguidade de fase.



2ª questão (25 pontos, 30 após redistribuição)

Deduza a expressão de probabilidade de erro de símbolo para a modulação BFSK com detecção não coerente em canal com desvanecimento Rayleigh plano e lento.

Solução

$$P_e=\int_0^\infty P_e(\gamma_b)f(\gamma_b)d\gamma_b=\int_0^\infty\frac{1}{2}\exp\left(-\frac{\gamma_b}{2}\right)\frac{1}{\Gamma}\exp\left(-\frac{\gamma_b}{\Gamma}\right)d\gamma_b$$
$$=\frac{1}{2\Gamma}\int_0^\infty\exp\left(-\frac{\gamma_b}{2}-\frac{\gamma_b}{\Gamma}\right)d\gamma_b=\frac{1}{2\Gamma}\int_0^\infty\exp\left[-\left(\frac{\Gamma+2}{2\Gamma}\right)\gamma_b\right]d\gamma_b$$

Usando a integral definida (A.37) do livro texto, ou a intergral indefinida (A.49), tem-se, no caso de (A.37): $\int_0^\infty\exp(-ax)\cos bx\,dx=\frac{a}{a^2+b^2}$, que com b = 0 leva a $\int_0^\infty\exp(-ax)\,dx=\frac{1}{a}$. Então, $\frac{1}{2\Gamma}\int_0^\infty\exp\left[-\left(\frac{\Gamma+2}{2\Gamma}\right)\gamma_b\right]d\gamma_b=\frac{1}{2\Gamma}\times\frac{2\Gamma}{\Gamma+2}\Rightarrow P_e=\frac{1}{\Gamma+2}$.

3ª questão (25 pontos, 15 após redistribuição) – PARA CASA – entrega até zero hora de 04/07

A densidade espectral de potência de um sinal π/4-DQPSK é a mesma de um sinal QPSK, obviamente se ambos tiverem a mesma potência média. Pode-se afirmar isso somente se os pulsos que modulam as portadoras em quadratura são descorrelacionados no tempo e seus formatos são idênticos àqueles aplicados na modulação QPSK. Com base nessas informações, mostre matematicamente que essa afirmação é verdadeira.

Solução

De (6.140): $E\left[I_k I_{k-1}\right] = \frac{1}{\sqrt{2}} E\left[I_{k-1}{}^2 e_k - Q_{k-1} I_{k-1} o_k\right] = \frac{1}{\sqrt{2}} E\left[I_{k-1}{}^2 e_k\right] - \frac{1}{\sqrt{2}} E\left[Q_{k-1} I_{k-1} o_k\right]$

$= \frac{1}{\sqrt{2}} E\left[I_{k-1}{}^2\right] E\left[e_k\right] - \frac{1}{\sqrt{2}} E\left[Q_{k-1} I_{k-1}\right] E\left[o_k\right]$,

pois o símbolo presente no instante k independe de qualquer resultado em $k-1$.

Como $e_k = \pm 1$, $E\left[e_k\right] = 0$. Então $E\left[I_k I_{k-1}\right] = 0$.

Como $E\left[I_k\right] = E\left[I_{k-1}\right] = 0$, $E\left[I_k I_{k-1}\right] = \text{cov}\left[I_k I_{k-1}\right] = 0$.

Por analogia, $E\left[Q_k Q_{k-1}\right] = \text{cov}\left[Q_k Q_{k-1}\right] = 0$.

Então os pulsos que modulam as portadoras são descorrelacionados e a DEP é governada somente pelo formato de pulso que, sendo retangular, leva à mesma DEP que no caso do QPSK.

4ª questão (25 pontos)

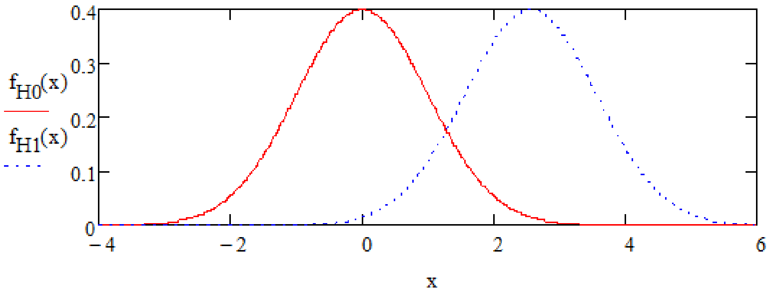
Um sistema de sensoriamento espectral cooperativo com fusão de dados tem a estatística de teste gerada no centro de fusão distribuída como uma Gaussiana de média nula e variância unitária sob a hipótese H_0 e como uma Gaussiana de média μ e variância unitária sob a hipótese H_1. Calcule o limiar de decisão de forma que a probabilidade de falso alarme seja 0,1. Em seguida, calcule a relação sinal-ruído (RSR) na entrada do receptor do centro de fusão, sabendo que a potência do sinal recebido é μ^2 e que se deseja uma probabilidade de detecção de 0,9.

Solução

Deve-se encontrar o limiar de decisão λ tal que a área da densidade sob H_0 à direita de λ seja 0,1. Em seguida deve-se encontrar a média μ da densidade sob H_1 tal que a área dessa densidade à direita de λ seja 0,9. Como a variância do ruído é unitária, RSR = μ^2.

$x := -4, -3.99 .. 6$ $\lambda := 1.28$ $\mu := 2.56$

$$f_{H0}(x) := \frac{1}{\sqrt{2\cdot\pi}}\cdot\exp\left[-\left(\frac{x^2}{2}\right)\right] \qquad f_{H1}(x) := \frac{1}{\sqrt{2\cdot\pi}}\cdot\exp\left[-\left[\frac{(x-\mu)^2}{2}\right]\right]$$



$$P_{fa} := \frac{1}{2}\cdot\text{erfc}\left(\frac{\lambda}{\sqrt{2}}\right) = 0.1 \qquad P_d := \frac{1}{2}\cdot\text{erfc}\left(\frac{\lambda-\mu}{\sqrt{2}}\right) = 0.9$$

Xª questão (20 pontos)

Mostrar que a M-ésima potência de um sinal MPSK resulta em uma componente discreta de frequência Mf_c e fase $M\theta$.

Solução (em construção)

Aplicando o teorema binomial, tem-se que $(x+y)^z = \sum_{b=0}^{z}\binom{z}{b}x^{z-b}y^b \Rightarrow [s(t)+n(t)]^M$ será a soma de M+1 termos na forma expandida: $c_0 s(t)^M + c_1 s(t)^{M-1}n(t) + c_2 s(t)^{M-2}n(t)^2 + \cdots + c_2 s(t)n(t)^{M-1} + c_M n(t)^M$, sendo $c_b = \binom{M}{b}$, $b = 0,\ldots,M$. Todos os termos envolvendo $n(t)$ serão parcelas de ruído, restando como sinal apenas $c_0 s(t)^M$, sendo que para a presente análise a constante c_0 não importa, podendo ser eliminada. Então, tem-se $s(t)^M = \left[s_I(t)\cos(2\pi f_c t+\theta) - s_Q(t)\sin(2\pi f_c t+\theta)\right]^M$, onde $s_I(t)$ e $s_Q(t)$ são sinais multinível em banda base.

Aplicando novamente o teorema binomial tem-se a nova soma de M+1 termos:

$$c_0 s_I^M(t)\cos^M(2\pi f_c t+\theta)$$
$$-c_1 s_I^{M-1}(t)\cos^{M-1}(2\pi f_c t+\theta)s_Q(t)\sin(2\pi f_c t+\theta)$$
$$+c_2 s_I^{M-2}(t)\cos^{M-2}(2\pi f_c t+\theta)s_Q^2(t)\sin^2(2\pi f_c t+\theta)+\cdots$$
$$-c_2 s_I(t)\cos(2\pi f_c t+\theta)s_Q^{M-1}(t)\sin^{M-1}(2\pi f_c t+\theta)$$
$$+c_M s_Q^M(t)\sin^M(2\pi f_c t+\theta)$$

	Cosine	Sine
if n is odd	$\cos^n \theta = \frac{2}{2^n} \sum_{k=0}^{\frac{n-1}{2}} \binom{n}{k} \cos\left((n-2k)\theta\right)$	$\sin^n \theta = \frac{2}{2^n} \sum_{k=0}^{\frac{n-1}{2}} (-1)^{\left(\frac{n-1}{2}-k\right)} \binom{n}{k} \sin\left((n-2k)\theta\right)$
if n is even	$\cos^n \theta = \frac{1}{2^n} \binom{n}{\frac{n}{2}} + \frac{2}{2^n} \sum_{k=0}^{\frac{n}{2}-1} \binom{n}{k} \cos\left((n-2k)\theta\right)$	$\sin^n \theta = \frac{1}{2^n} \binom{n}{\frac{n}{2}} + \frac{2}{2^n} \sum_{k=0}^{\frac{n}{2}-1} (-1)^{\left(\frac{n}{2}-k\right)} \binom{n}{k} \cos\left((n-2k)\theta\right)$