Inatel
Instituto Nacional de Telecomunicações

TP537 – Transmissão Digital
2ª Avaliação – 15/06/2020 – 13:30h
Prof. Dayan Adionel Guimarães

Nota:

Aluno(a): ____

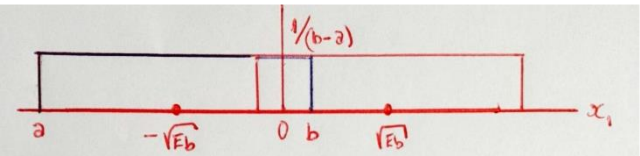
- Prova com consulta, para ser resolvida individualmente e em casa, com duração de **3h**.
- A interpretação é parte integrante das questões.
- Resolva a prova à lápis ou caneta. Não digite!
- Caso não consiga resolver uma questão, escreva como acha que poderia resolvê-la.
- Tire uma foto ou digitalize as soluções e envie para dayan@inatel.br, até as **16h30min**.

1ª questão (20 pontos)

Considere um sistema de comunicação com modulação QPSK, projetado, como estudamos, sob a hipótese de contaminação da variável de decisão **x** por ruído Gaussiano. Admita que o ruído que contamina a variável de decisão passe a ter distribuição uniforme, mantendo média zero e variância $N_0/2$. Deduza a expressão exata para a probabilidade de erro de símbolo do sistema nesta última situação, em função de E_b/N_0, admitindo símbolos equiprováveis. *Obs*: a variância de uma v.a. uniforme é dada no Cap. 1 do livro texto.

Solução

O receptor em questão é aquele mostrado na Fig. 6.16 e a P_e exata é calculada de forma análoga ao que se fez na expressão (6.29), ou seja, $P_e = 1 - (1 - P_{eB})^2$, sendo P_{eB} a probabilidade de erro de bit em um dos ramos do receptor, com ruído uniforme em x_1 e x_2. Então, tomando x_1 como referência, tem-se a seguinte situação:



Sabendo que a variância de uma v.a. uniforme é $(\max - \min)^2/12$, se sua média é nula tem-se que $N_0/2 = (2\max)^2/12$, de onde se obtém $\max = (3N_0/2)^{0.5}$. Então o ponto b na figura acima é $-(E_b)^{0.5} + (3N_0/2)^{0.5}$, levando a

$$P_{eB} = \int_0^{-\sqrt{E_b}+\sqrt{3N_0/2}} \frac{1}{2\sqrt{3N_0/2}}\, d_{x_1} = \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{E_b}{6N_0}}, \text{ o que leva a}$$

$$P_e = 1 - \left(1 - \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{E_b}{6N_0}}\right)^2 = 1 - \left(\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{E_b}{6N_0}}\right)^2 = \frac{3}{4} - \sqrt{\frac{E_b}{6N_0}} - \frac{E_b}{6N_0}.$$

2ª questão (40 pontos)

Um sistema com modulação BPSK tem em seu receptor um circuito de extração de sincronismo de portadora imperfeito que gera a função base local com defasagem θ em relação à portadora do sinal recebido. Dependendo do bit de informação, o sinal transmitido é $\pm(2E_b/T_b)^{1/2}\cos(2\pi f_c t)$ e a função base utilizada no receptor é $(2/T_b)^{1/2}\cos(2\pi f_c t+\theta)$. Pede-se:

a) Desconsiderando o ruído, calcule o valor da amostra de saída do correlator do receptor no momento de decisão, em função de θ.

Solução

$$
\begin{aligned}
y &= \pm\int_0^{T_b}\sqrt{2E_b/T_b}\cos(2\pi f_c t)\sqrt{2/T_b}\cos(2\pi f_c t+\theta)dt \\
&= \pm\sqrt{E_b}\frac{2}{T_b}\int_0^{T_b}\cos(2\pi f_c t)\cos(2\pi f_c t+\theta)dt \\
&= \pm\sqrt{E_b}\frac{2}{T_b}\int_0^{T_b}\frac{1}{2}\ \cos(\theta)+\cos(4\pi f_c t+\theta)\ dt \\
&= \pm\sqrt{E_b}\frac{2}{T_b}\left[\int_0^{T_b}\frac{1}{2}\cos(\theta)dt+\int_0^{T_b}\frac{1}{2}\cos(4\pi f_c t+\theta)\right] \\
&= \pm\sqrt{E_b}\frac{2}{T_b}\left[\frac{T_b}{2}\cos(\theta)+0\right]=\pm\sqrt{E_b}\cos(\theta)=\pm\sqrt{E_b\cos^2(\theta)}=\pm\sqrt{E_b{}'}.
\end{aligned}
$$

b) Determine a expressão de probabilidade de erro de símbolo para esse sistema, no canal AWGN, em função de θ, levando em conta o resultado obtido no item (a).

Solução
Utilizando o resultado do item (a) na expressão de P_e para a modulação BPSK, obtém-se a expressão desejada:

$$
P_e = \mathrm{BER} = \frac{1}{2}\mathrm{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_b{}'}{N_0}}\right)=\frac{1}{2}\mathrm{erfc}\left[\sqrt{\frac{E_b\cos^2(\theta)}{N_0}}\right].
$$

3ª questão (20 pontos)

Redesenhe os diagramas de bloco do modulador da Fig. 6.22 e do demodulador da Fig. 6.23 do livro texto para o caso particular da modulação 4QAM. Compares os resultados com o modulador e o demodulador QPSK, respectivamente, registrando sua conclusão. Registre todos os passos e justificativas que utilizar do processo de conversão dos diagramas dados nos diagramas redesenhados.

4ª questão (20 pontos)

Determinar a expressão da envoltória complexa do sinal $x_c(t)=A_c\sin\left(2\pi f_c t+k_f\int_0^t m(\alpha)d\alpha\right)$.

Solução
Da fórmula de Euler para a função seno na p. 96, tem-se $\sin(x)=\mathrm{Re}\{-j\exp(jx)\}$.

Então, $x_c(t)=\mathrm{Re}\left\{-jA_c\exp\left(jk_f\int_0^t m(\alpha)d\alpha\right)\exp\left(j2\pi f_c t\right)\right\}$, de onde se obtém $\tilde{x}(t)=-jA_c\exp\left(jk_f\int_0^t m(\alpha)d\alpha\right)$.
