

Nota T	Nota P
--------	--------

Aluno(a): _____ Matrícula _____.

- Prova sem consulta, com duração de 1h40min.
- A interpretação é parte integrante das questões.
- Solucione as questões de forma organizada.
- É proibido portar quaisquer aparelhos eletrônicos de comunicação e de gravação de sons e imagens, bem como óculos escuros, protetor auricular ou quaisquer acessórios de chapelaria durante a realização dessa avaliação. O aluno que desrespeitar essa determinação terá nota zero e será penalizado de acordo com o Artigo 63 do Regimento do Inatel.

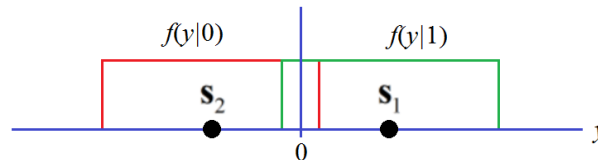
$$P_e \leq \frac{1}{2} \sum_{i=1}^M \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^M p_i \operatorname{erfc} \left(\frac{d_{ik}}{2\sqrt{N_0}} \right) \quad P_e = \sum_{i=1}^M p_i P_e(m_i) \quad s_i(t) = \sum_{j=1}^N s_{ij} \phi_j(t) \quad s_{ij} = \int_0^T s_i(t) \phi_j(t) dt \quad B = B_{\min}(1+\alpha)$$

1ª questão (20+20 pontos)

O limitante de união para a probabilidade de erro de símbolo em um sistema de comunicação digital generalizado (M e N quaisquer), no qual o ruído que contamina a variável de decisão tem distribuição uniforme, média zero e variância $\sigma^2 = N_0/2$, é dado por

$$P_e \leq \sum_{i=1}^M \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^M p_i \left(\frac{1}{2} - \frac{d_{ik}}{\sqrt{24N_0}} \right).$$

a) Utilizando esse limitante, determine a expressão de cálculo da BER para o sistema de comunicação cujo procedimento de detecção se baseia na figura a seguir, considerando símbolos equiprováveis.



Solução

No caso de sinalização binária, o limitante de união leva a um resultado exato para $P_e = \text{BER}$. Portanto,

$$\text{BER} = P_e = \sum_{i=1}^2 \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^2 \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{2\sqrt{E_b}}{\sqrt{24N_0}} \right) = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{E_b}}{\sqrt{6N_0}}.$$

b) Qual deve ser a distância Euclidiana entre os símbolos na constelação, em função de σ^2 , de tal sorte que a probabilidade de erro de bit seja nula?

Solução

Para BER nula, $1/2 - \sqrt{E_b/6N_0} = 0 \Rightarrow E_b/N_0 > 3/2$. Como a distância Euclidiana é $2\sqrt{E_b}$, então se deve ter $d_{12} > 2\sqrt{E_b} = 2\sqrt{3N_0/2} = 2\sqrt{6\sigma^2/2} = \sqrt{12\sigma^2}$, ou seja, $d_{12} > \sqrt{12\sigma^2}$.

2ª questão (20+20+20 pontos)

a) Escreva as expressões de síntese (geração) das formas de onda dos símbolos de uma modulação quaternária tridimensional.

Solução

Como $M = 4$ e $N = 3$, então

$$s_i(t) = \sum_{j=1}^3 s_{ij} \phi_j(t), \quad i = 1, 2, 3, 4 \Rightarrow$$

$$s_1(t) = s_{11} \phi_1(t) + s_{12} \phi_2(t) + s_{13} \phi_3(t), \quad s_2(t) = s_{21} \phi_1(t) + s_{22} \phi_2(t) + s_{23} \phi_3(t),$$

$$s_3(t) = s_{31} \phi_1(t) + s_{32} \phi_2(t) + s_{33} \phi_3(t), \quad s_4(t) = s_{41} \phi_1(t) + s_{42} \phi_2(t) + s_{43} \phi_3(t).$$

b) É possível que os símbolos considerados no item “a” sejam ortogonais? Justifique sua resposta.

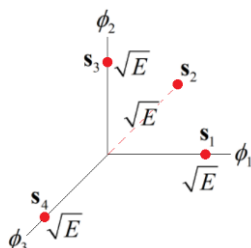
Resposta

Não. Se fossem ortogonais, deveria haver quatro dimensões (quatro funções base) e não três.

c) Desenhe uma possível constelação para a modulação considerada no item “a”, sabendo que todos os símbolos têm mesma energia e que três deles são ortogonais entre si. Justifique o desenho.

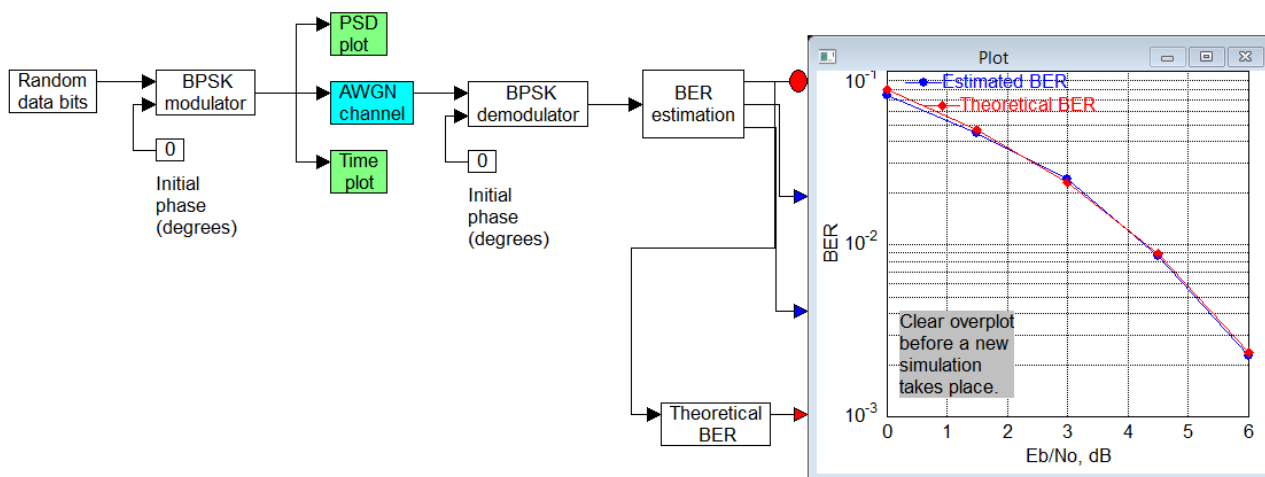
Solução

Como os símbolos tem mesma energia, todos estarão à distância \sqrt{E} da origem. Como três deles são ortogonais entre si, cada um estará sobre um dos três eixos. O quarto poderá estar em qualquer posição, desde que à distância \sqrt{E} da origem.

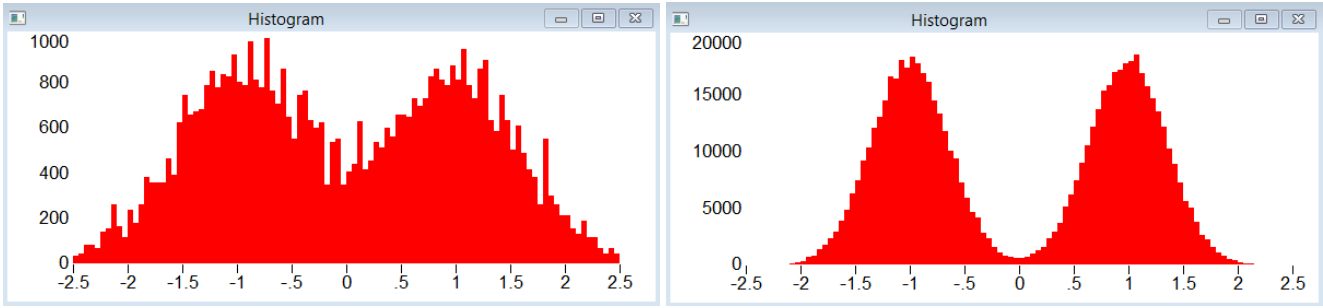


3ª questão (40+30+30 pontos) - Laboratório

O diagrama a seguir mostra o modem BPSK estudado no laboratório.



Os histogramas a seguir foram obtidos na saída do amostrador com retenção no demodulador, como também mostrou um dos vídeos elaborados pelo professor sobre o experimento. Um deles se refere a $E_b/N_0 = 1,5$ dB e outro se refere a $E_b/N_0 = 6$ dB.



a) Sabendo que praticamente toda a excursão de um ruído Gaussiano se encontra entre -3 e $+3$ desvios padrão, pede-se confirmar o valor de $E_b/N_0 = 6$ dB para o último ponto do gráfico de desempenho.

Solução

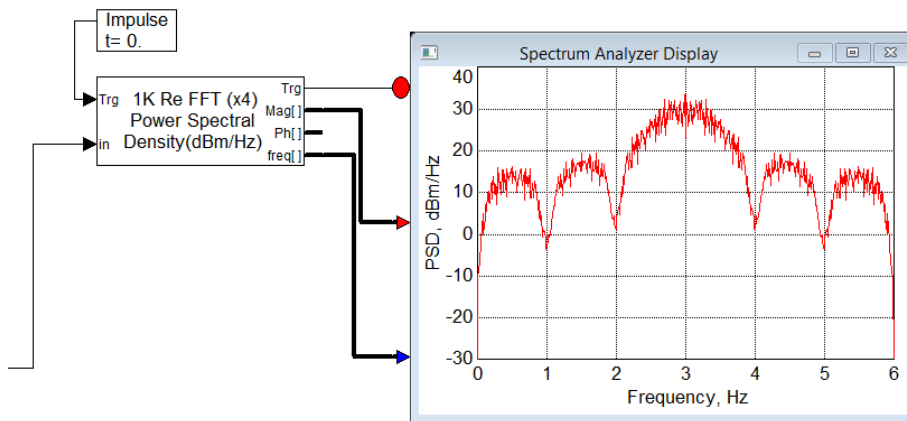
Utilizando o histograma da direita, que corresponde a $E_b/N_0 = 6$ dB, e lembrando que o valor médio da Gaussiana da direita vale $\sqrt{E_b}$, tem-se:

$$\sigma = 2,1 \Rightarrow \sigma = 0,35 \Rightarrow \sigma^2 = 0,122$$

$$\frac{N_0}{2} = 0,122 \Rightarrow N_0 = 0,25$$

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{1}{0,25} = 4 = 6 \text{ dB}$$

b) O diagrama a seguir mostra a parte interna do bloco **PSD plot** do diagrama principal. Calcule a taxa de bits de transmissão.



Solução

Do gráfico, $2/T = 2$ Hz e, portanto, $R = 1/T = R_b = 1$ bit/s.

c) Usando o espectro do item “b”, calcule a eficiência espectral da modulação, supondo que o sinal modulado, antes de ser transmitido, seja filtrado por um filtro raiz de cosseno elevado com fator de forma igual a 0,5.

Solução

$B = B_{\min}(1+\alpha) = R(1+\alpha) = 1(1+0,5) = 1,5$ Hz. Portanto, $\rho = R_b/B = 1/1,5 = 2/3 \approx 0,6667$ bit/s/Hz.