

# Combinação Linear de Estatísticas de Teste para Sensoriamento Espectral Cooperativo

Dayan A. Guimarães

**Resumo**— Os detectores GRRCR (*Gershgorin radii and centers ratio*) e GID (*Gini index detector*) foram recentemente propostos como soluções simples e robustas para o sensoriamento espectral cooperativo centralizado. Neste artigo se propõe a estatística de teste híbrida WGG (acrônimo para *weighted GRRCR-GID*), a qual é formada pela combinação linear das estatísticas de teste GRRCR e GID. Demonstra-se, por meio de um elevado número de resultados numéricos, que o WGG agrega as vantagens de ambos os detectores base, atingindo desempenho pouco inferior ao GRRCR na ausência de percurso dominante e pouco inferior ao GID na presença de percurso dominante.

**Palavras-Chave**— GID, GRRCR, rádio cognitivo, sensoriamento espectral cooperativo.

## I. INTRODUÇÃO

Ultimamente temos testemunhado um crescimento sem precedentes dos serviços de telecomunicações, principalmente no que se refere aos sistemas de comunicação sem fio. Como consequência, o espectro de radiofrequências tem se tornado um recurso cada vez mais congestionado ou até escasso em certas faixas, principalmente devido à adoção da política de alocação espectral que destina aos sistemas primários, de forma fixa, a porção de frequência destinada a cada serviço. O problema tende a se agravar com a massificação da Internet das coisas (*Internet of things*, IoT) e a implantação de fato da quinta geração (5G) das redes de comunicação sem fio.

O conceito de rádio cognitivo (*cognitive radio*, CR) surgiu como uma promissora solução do problema supracitado [1]. Com ele se pode implantar uma política de alocação dinâmica de espectro, na qual bandas de frequência ociosas devido a subutilização podem ser ocupadas de forma oportunista pelos terminais de usuários secundários (*secondary users*, SUs). Para que isto ocorra, é preciso que os SUs cognitivos sejam capazes de detectar a presença do sinal do usuário primário (*primary user*, PU) na banda de interesse, tarefa do processo denominado sensoriamento espectral [2], [3].

O sensoriamento espectral pode ser realizado de forma independente por cada SU cognitivo, ou pode ser cooperativo. No segundo caso eleva-se a acurácia das decisões sobre o estado de ocupação da banda sensorizada em comparação com o sensoriamento não cooperativo, fazendo-se uso da diversidade espacial promovida pelas diferentes posições geográficas dos SUs em cooperação. No sensoriamento cooperativo centralizado com fusão de dados, que é objeto do presente trabalho,

as amostras do sinal sensorizado, ou grandezas delas derivadas, são transmitidas a um centro de fusão (*fusion center*, FC), onde a decisão final ou global é tomada. Tal decisão é então informada aos SUs, os quais passam a fazer uso da banda em questão, caso esteja desocupada, por meio de alguma técnica de acesso múltiplo.

### A. Trabalhos Relacionados

Os detectores GRRCR (*Gershgorin radii and centers ratio*) [4] e GID (*Gini index detector*) [5] foram recentemente propostos como soluções para o sensoriamento espectral cooperativo centralizado com fusão de dados. Além de possuírem baixa complexidade computacional, apresentam robustez frente a variações de potência de ruído e de sinal recebido, possuem a propriedade de taxa de falso alarme constante (*constant false alarm rate*, CFAR), não necessitam de conhecimento sobre o sinal sensorizado ou sobre a potência de ruído (são cegos), e podem suplantar grande parte dos detectores cegos disponíveis na literatura em uma vasta gama de situações. O GID tem como característica principal o alto desempenho atingido quando o sinal sensorizado apresenta componente de multipercurso dominante (visada direta, por exemplo). No entanto, seu desempenho é drasticamente afetado na ausência de percurso dominante.

Outros detectores cegos propostos na literatura merecem destaque, dentre os quais podendo ser citados o HR (*Hadamard ratio*) [6], o VD1 (*volume-based detector 1*) [7], e aqueles baseados nos autovalores da matriz de covariância do sinal recebido [8], [9]: o GLRT (*generalized likelihood ratio test*), o AGM (*arithmetic to geometric mean*) e o MMED (*maximum-minimum eigenvalue detection*).

### B. Contribuições e Estrutura do Artigo

Neste artigo se propõe a estatística de teste híbrida WGG (acrônimo para *weighted GRRCR-GID*), formada pela combinação linear das estatísticas de teste GRRCR e GID. Demonstra-se, por meio de extensivos resultados numéricos, que o WGG agrega as vantagens de ambos os detectores base, atingindo desempenho pouco inferior ao GRRCR na ausência de percurso dominante e pouco inferior ao GID na presença de percurso dominante.

O restante do artigo está assim organizado: a Seção II descreve o modelo de sistema, os detectores GRRCR e GID, e o detector proposto WGG. Os detectores concorrentes são listados na Seção III. A Seção IV é dedicada aos resultados numéricos e interpretações. A Seção V conclui o trabalho.

## II. MODELO DE SISTEMA

Neste artigo adota-se o sensoriamento espectral cooperativo centralizado com fusão de dados, realizado por  $m$  SUs, ou um SU com  $m$  antenas, coletando  $n$  amostras (por SU ou por antena) do sinal recebido em cada intervalo de sensoriamento. No FC, tais amostras formam a matriz  $\mathbf{Y} \in \mathbb{C}^{m \times n}$  dada por

$$\mathbf{Y} = \mathbf{H}\mathbf{X} + \mathbf{V}. \quad (1)$$

Nesta equação, as amostras do sinal transmitido pelos  $s$  usuários primários estão dispostas na matriz  $\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{s \times n}$ . Estas amostras têm distribuição Gaussiana de média nula e variância dependente da razão sinal-ruído (*signal-to-noise ratio*, SNR), representando as variações de envoltória tipicamente presentes em sinais modulados e filtrados.

A matriz de canal  $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{m \times s}$  é formada por elementos  $h_{ij}$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ ,  $j = 1, 2, \dots, s$ , os quais representam o ganho do canal de sensoriamento entre o  $j$ -ésimo PU e o  $i$ -ésimo SU.

De forma a modelar um canal com desvanecimento Rice plano e lento, tem-se  $\mathbf{H} = \mathbf{G}\mathbf{A}$ , em que  $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{m \times s}$  tem elementos  $\alpha_{ij} \sim \mathcal{CN}[\sqrt{K/(2K+2)}, 1 - (K+1)]$ , sendo  $K$  o fator de Rice que estabelece a razão entre a potência de componente de multipercurso dominante e a potência dos demais componentes [5]. Assim, alterando-se  $K$  modelam-se diferentes cenários práticos de propagação.

A matriz  $\mathbf{G} \in \mathbb{R}^{m \times m}$  é dada por  $\mathbf{G} = \text{diag}(\sqrt{\mathbf{p}/p_{\text{avg}}})$ , em que o operador  $\text{diag}(\cdot)$  gera uma matriz diagonal cuja diagonal principal é formada pelo vetor do argumento,  $\mathbf{p} = [p_1, p_2, \dots, p_m]^T$  é o vetor que contém as potências dos sinais recebidos pelos SUs e  $p_{\text{avg}} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m p_i$  é a potência média destes sinais.

Por último, a matriz  $\mathbf{V} \in \mathbb{C}^{m \times n}$  em (1) contém as amostras de ruído aditivo Gaussiano branco (*additive white Gaussian noise*, AWGN) de média nula e variância total  $\sigma_{\text{avg}}^2$  dependente da SNR: dado que a potência média total dos sinais transmitidos pelos PUs é  $s_{\text{avg}}$ , tem-se que  $\text{SNR} = 10 \log_{10}(s_{\text{avg}}/\sigma_{\text{avg}}^2)$ .

De modo a levar em conta o cenário mais realista no qual as potências de ruído e dos sinais recebidos nos SUs podem não ser iguais entre si e podem ser variantes no tempo, aqui admitiu-se que ambas são aleatoriamente determinadas para cada SU ao longo do tempo. Especificamente faz-se  $\sigma_i^2 \sim \mathcal{U}[0,05\sigma_{\text{avg}}^2, 1,95\sigma_{\text{avg}}^2]$  e  $p_i \sim \mathcal{U}[0,05s_{\text{avg}}, 1,95s_{\text{avg}}]$  a cada realização do sensoriamento espectral.

De posse de  $\mathbf{Y}$ , o FC computa a matriz de covariância amostral (*sample covariance matrix*, SCM) do sinal recebido,

$$\mathbf{R} = \frac{1}{n} \mathbf{Y}\mathbf{Y}^\dagger, \quad (2)$$

em que  $\dagger$  denota a operação conjugado transposto. Em seguida, o FC computa a estatística de teste GRCC [4],

$$T_{\text{GRCC}} = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1, j \neq i}^m |r_{ij}|}{\sum_{i=1}^m r_{ii}}, \quad (3)$$

em que  $r_{ij}$  é o elemento na  $i$ -ésima linha e  $j$ -ésima coluna de  $\mathbf{R}$ , para  $i, j = 1, \dots, m$ , e também computa a estatística de teste GID [5],

$$T_{\text{GID}} = \frac{(m^2 - m) \sum_{i=1}^{m^2} |r_i|}{2 \sum_{i=1}^{m^2} \sum_{j=1}^{m^2} |r_i - r_j|}, \quad (4)$$

em que  $r_i$  é vetor  $\mathbf{r}$  é formado pelo empilhamento de todas as colunas da matriz  $\mathbf{R}$ .

Levando-se em conta que  $T_{\text{GRCC}}$  e  $T_{\text{GID}}$  são derivadas da matriz  $\mathbf{R}$  e que a obtenção desta matriz é a operação mais complexa em ambos os casos, aqui se propõe a estatística de teste híbrida WGG, a qual é formada por meio da combinação linear de  $T_{\text{GRCC}}$  e  $T_{\text{GID}}$ , ou seja,

$$T_{\text{WGG}} = w_1 T_{\text{GRCC}} + w_2 T_{\text{GID}}, \quad (5)$$

em que  $w_1$  e  $w_2$  são os fatores de ponderação ou pesos. Como consequência, a complexidade adicional do WGG é apenas o dobro (aproximadamente) da complexidade adicional de se computar  $T_{\text{GRCC}}$  ou  $T_{\text{GID}}$  após o cômputo de  $\mathbf{R}$ .

Vale ressaltar que a estatística de teste (4) está escalonada de forma diferente de [5], mas isto não afeta o desempenho do detector GID. O novo fator de multiplicação,  $(m^2 - m)/2$  em vez do original  $2(m^2 - m)$ , apenas coloca as estatísticas de teste  $T_{\text{GRCC}}$  e  $T_{\text{GID}}$  não muito discrepantes em termos de dispersão, também tornando não muito diferentes os pesos  $w_1$  e  $w_2$ , apenas por conveniência.

A decisão é global sobre o estado de ocupação da banda sensoriada é tomada a favor da presença do sinal primário (hipótese  $\mathcal{H}_1$ ) se  $T_{\text{WGG}} > \lambda$ , em que  $\lambda$  é o limiar de decisão; se  $T_{\text{WGG}} \leq \lambda$ , declara-se banda desocupada (hipótese  $\mathcal{H}_0$ ).

O desempenho do sensoriamento espectral é comumente medido por meio da probabilidade de falso alarme,  $P_{\text{fa}}$ , e da probabilidade de detecção,  $P_{\text{d}}$ . A primeira é a probabilidade de se tomar uma decisão global em favor da presença do sinal primário, dado que a banda sensoriada se encontra desocupada. A segunda é a probabilidade de se decidir em favor da presença do sinal primário dado que, de fato, a banda sensoriada está ocupada. É desejado que  $P_{\text{d}}$  seja alta para que se proteja a rede primária de interferências que seriam causadas por transmissões secundárias em bandas erroneamente consideradas desocupadas. É também desejado que  $P_{\text{fa}}$  seja baixa, elevando assim a probabilidade de uso oportunista do espectro, por consequência elevando a vazão de dados da rede secundária.

As probabilidades  $P_{\text{d}}$  e  $P_{\text{fa}}$ , por serem concorrentes (aumentando-se uma, reduz-se a outra), são comumente expressas por meio de um curva característica de operação do receptor (*receiver operating characteristic*, ROC), a qual mostra a variação de  $P_{\text{d}}$  em função de  $P_{\text{fa}}$  à medida que o limiar de decisão  $\lambda$  é variado.

Outra métrica de desempenho também comumente utilizada é a área sob a curva ROC (*area under the curve*, AUC), que aglutina  $P_{\text{d}}$  e  $P_{\text{fa}}$  em uma única medida. Tipicamente,  $0,5 \leq \text{AUC} \leq 1$ . Quando  $\text{AUC} = 0,5$  tem-se o pior desempenho, correspondente a um detector inútil com  $P_{\text{d}} = P_{\text{fa}}$ , o que equivale a decidir-se arbitrariamente por  $\mathcal{H}_0$  ou  $\mathcal{H}_1$ . Quando  $\text{AUC} = 1$  tem-se o melhor desempenho, correspondente a um detector ideal para o qual a curva ROC passa pelos pontos  $(P_{\text{d}} = 1, P_{\text{fa}} = 1)$ ,  $(P_{\text{d}} = 1, P_{\text{fa}} = 0)$ , e  $(P_{\text{d}} = 0, P_{\text{fa}} = 0)$ .

## III. ESTATÍSTICAS DE TESTE CONCORRENTES

Conforme citado na Seção I, as estatísticas de teste GLRT, AGM, MMED, HR e VD1 formam um rol de recentes detectores cegos que podem e são utilizados neste artigo para

efeito de comparação com o GRCR, com o GID e com o detector WGG proposto. Estes detectores concorrentes foram escolhidos por serem representativos do estado da arte e por terem complexidades de implementação similares. A seguir são listadas tais estatísticas de teste GLRT, AGM, MMED, HR e VD1 [6], [7], [8], [9], respectivamente:

$$T_{\text{GLRT}} = \frac{\lambda_1}{\sum_{i=1}^m \lambda_i}, \quad (6)$$

$$T_{\text{AGM}} = \frac{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \lambda_i}{\left(\prod_{i=1}^m \lambda_i\right)^{\frac{1}{m}}}, \quad (7)$$

$$T_{\text{MMED}} = \frac{\lambda_1}{\lambda_m}, \quad (8)$$

$$T_{\text{HR}} = \frac{\det(\mathbf{R})}{\prod_{i=1}^m r_{ii}}, \quad (9)$$

$$T_{\text{VD1}} = \log [\det(\mathbf{E}^{-1}\mathbf{R})]. \quad (10)$$

Nestas expressões,  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_m$  são os autovalores de  $\mathbf{R}$ ,  $\det(\mathbf{R})$  é o determinante de  $\mathbf{R}$ ,  $y_{ij}$  são os elementos de  $\mathbf{Y}$ ,  $r_{ij}$  são os elementos de  $\mathbf{R}$ , e  $\mathbf{E} = \text{diag}(\mathbf{d})$ , sendo  $\text{diag}(\mathbf{d})$  a matriz diagonal cuja diagonal principal é formada pelos elementos do vetor  $\mathbf{d} = [d_1, d_2, \dots, d_m]$ , com  $d_i = \|\mathbf{R}(i, :)\|_2$ , sendo  $\|\cdot\|_2$  a norma Euclidiana.

Em termos de complexidade computacional, tem-se [4]: o GID e o GRCR com aproximadamente a mesma complexidade,  $\mathcal{O}(nm^2)$ , esta principalmente devida ao cômputo de  $\mathbf{R}$ . GLRT, MMED, AGM, HR e VD1 têm complexidade similar,  $\mathcal{O}(nm^2) + \mathcal{O}(m^3)$ , esta devida principalmente ao cômputo de autovalores e determinantes. Portanto, a complexidade computacional do novo detector WGG está entre as menores, pois também é  $\mathcal{O}(nm^2)$ , valor este herdado da complexidade do GRCR e do GID pelo cômputo de  $\mathbf{R}$ .

#### IV. RESULTADOS NUMÉRICOS

Os extensivos resultados numéricos apresentados nesta seção foram gerados por simulações computacionais com 30000 eventos de Monte Carlo utilizando o software MATLAB, versão R2018a. O código MATLAB está disponível em [10].

Como a estatística de teste  $T_{\text{WGG}}$  definida em (5) estabelece uma combinação linear de  $T_{\text{GRCR}}$  e  $T_{\text{GID}}$ , há que se determinar os valores dos pesos  $w_1$  e  $w_2$ . A Fig. 1 permite analisar a solução de compromisso entre o desempenho do detector WGG em função do peso  $w_2$ , para  $w_1 = 1$ . Nota-se que se  $w_2 = 3$  já se atinge melhoria significativa do detector WGG em comparação com o GID na situação de ausência de percurso dominante ( $K = 0$ ), adicionalmente não se produzindo queda de desempenho significativa do WGG em relação ao GRCR na situação de forte percurso dominante ( $K = 10$ ). Assim, deste ponto em diante adotou-se  $w_1 = 1$  e  $w_2 = 3$  como adequada solução de compromisso.

Devido ao fato de os detectores GRCR e GID possuírem a importante propriedade de CFAR, a qual permite que  $P_{\text{fa}}$  seja independente da potência de ruído no SU, é esperado que a combinação linear de  $T_{\text{GRCR}}$  e  $T_{\text{GID}}$  faça com que  $T_{\text{WGG}}$  tenha tal propriedade. Para confirmar, a Fig. 2 mostra

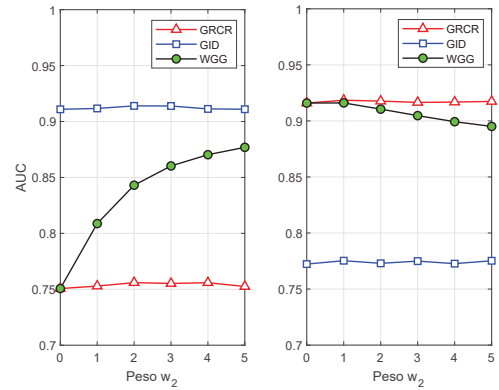


Fig. 1. AUCs em função do peso  $w_2$ , para  $w_1 = 1$ ,  $s = 1$ ,  $m = 6$ ,  $n = 50$ , e potências de ruído e sinal não uniformes e dinâmicas:  $K = 10$  e  $\text{SNR} = -11$  dB (esquerda);  $K = 0$  e  $\text{SNR} = -7$  dB (direita).

as funções densidade de probabilidade (*probability density functions*, PDFs) empíricas de  $T_{\text{WGG}}$  sob  $\mathcal{H}_0$  e  $\mathcal{H}_1$ , para dois valores distintos de variância de ruído  $\sigma_{\text{avg}}^2$ . Como os suportes das PDFs não foi alterado por  $\sigma_{\text{avg}}^2$ , conclui-se que o detector WGG possui a propriedade de CFAR.

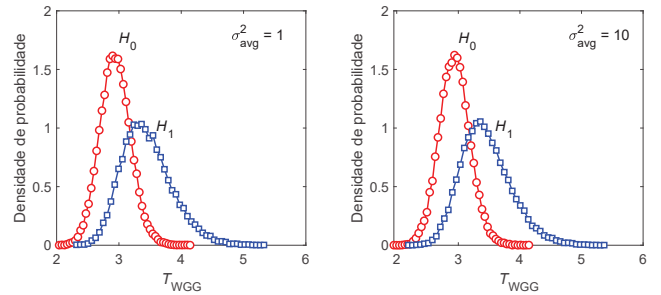


Fig. 2. PDFs empíricas da estatística de teste  $T_{\text{WGG}}$  sob diferentes potências médias de ruído, para  $\text{SNR} = -3$  dB,  $s = 1$ ,  $m = 6$ ,  $n = 10$ ,  $K = 0$ , e potências de sinal e ruído não uniformes e dinâmicas.

A Fig. 3 apresenta um primeiro resultado comparativo de desempenho entre os detectores sob análise, em termos de curvas ROC, para a mesma configuração sistêmica adotada em [4, Fig. 8]. Esta figura serve para validação das simulações utilizadas para compor os resultados deste artigo, à medida que reproduz aqueles em [4, Fig. 8] para os detectores GRCR, HR, VD1, GLRT, AGM e MMED, bem como para que se contrastem tais resultados com o GID e com o detector WGG aqui proposto.

Observa-se também na Fig. 3 que o GRCR apresenta o melhor desempenho, enquanto o GID é fortemente penalizado devido à ausência de percurso dominante ( $K = 0$ ), como também constatado em [5]. Por outro lado, nota-se que o WGG tem desempenho pouco inferior ao GRCR, o que é uma primeira demonstração da eficácia da combinação linear (5). Os desempenhos dos detectores HR e VD1 se encontram não muito abaixo do WGG, mas vale lembrar que a complexidade do WGG é significativamente menor que do HR e do VD1.

Na Fig. 4 tem-se as AUCs em função do fator de Rice do canal de sensoriamento,  $K$ . Mais uma vez nota-se a

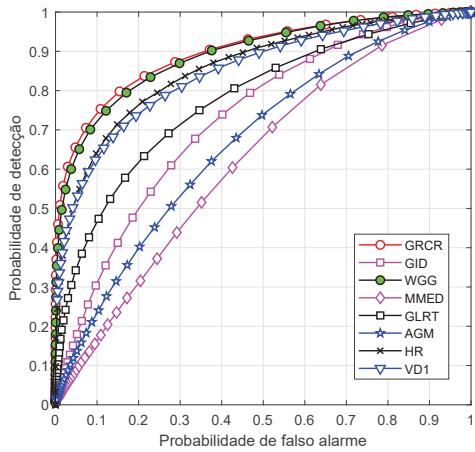


Fig. 3. ROCs para  $SNR = -3$  dB,  $s = 1$ ,  $m = 6$ ,  $n = 10$  e  $K = 0$ , potências de sinal uniformes e potências de ruído não uniformes e dinâmicas.

penalização de desempenho do GID quando  $K = 0$ , o que é melhorado significativamente com o WGG, que se aproxima em desempenho ao GID e suplanta os demais detectores para  $K > 1$ , aproximadamente. A figura também demonstra a robustez dos detectores GRRCR, GID, WGG, HR e VD1 frente a potências de ruído e sinal desiguais e variantes no tempo. Os detectores GLRT, MMED e AGM se revelaram não robustos.

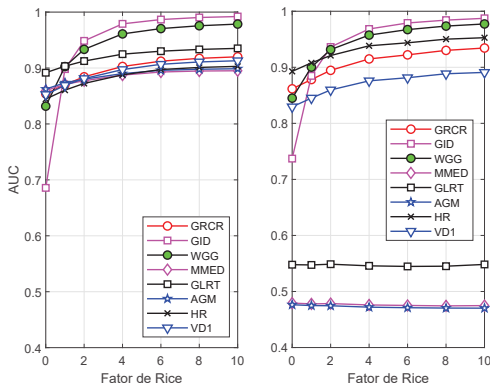


Fig. 4. AUC em função do fator de Rice ( $K$ ), para  $s = 1$ ,  $m = 6$ ,  $n = 100$  e  $SNR = -10$  dB: potências de ruído e sinal uniformes (esquerda); potências de ruído e sinal não uniformes e dinâmicas (direita).

Dado que já se sabe quais detectores são robustos ou não, deste ponto em diante os resultados estão apresentados considerando-se apenas o caso de mais sentido prático, no qual as potências de ruído e de sinal recebido nos SUs são desiguais e variantes no tempo. Tais resultados mostram a variação de desempenho, em termos de AUC, dos detectores sob análise em função de parâmetros sistêmicos, em três distintas situações em termos de visada direta ou percurso dominante: sem percurso dominante ( $K = 0$ ), com percurso pouco dominante ( $K = 2$ ), e com percurso dominante de forte intensidade ( $K = 10$ ). Os parâmetros sistêmicos, quando não variados são:  $s = 1$  PU,  $m = 6$  SUs,  $n = 100$  amostras e  $SNR = -10$  dB.

As Figs. 5, 6, 7 e 8 apresentam AUCs em função do número

de amostras  $n$ , da SNR média nos SUs, do número de SUs  $m$ , e do número de PUs  $s$ , respectivamente. Recomenda-se que estas figuras sejam visualizadas em cores e, preferencialmente, ampliadas. As seguintes interpretações ou conclusões podem ser obtidas a partir destas figuras:

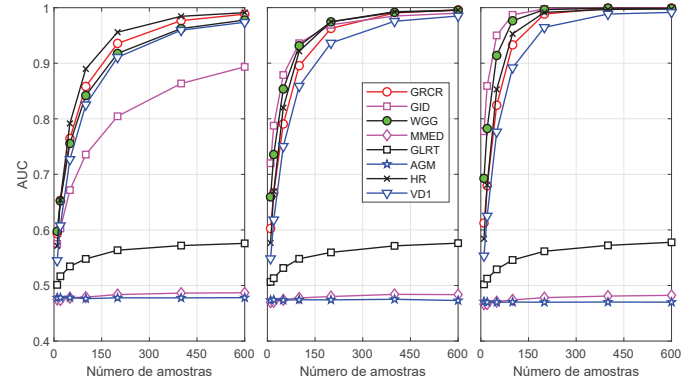


Fig. 5. AUC em função do número de amostras ( $n$ ), para  $s = 1$ ,  $m = 6$  e  $SNR = -10$  dB:  $K = 0$  (esquerda),  $K = 2$  (centro),  $K = 10$  (direita).

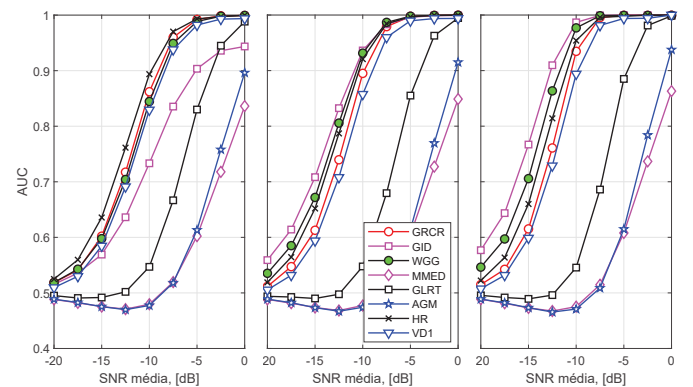


Fig. 6. AUC em função da SNR média nos SUs, para  $s = 1$ ,  $m = 6$  e  $n = 100$ :  $K = 0$  (esquerda),  $K = 2$  (centro),  $K = 10$  (direita).

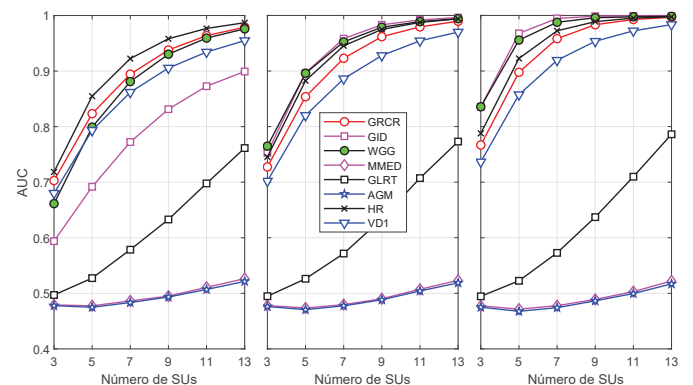


Fig. 7. AUC em função do número de SUs ( $m$ ), para  $s = 1$ ,  $n = 100$  e  $SNR = -10$  dB:  $K = 0$  (esquerda),  $K = 2$  (centro),  $K = 10$  (direita).

- Como esperado, nota-se que o aumento de  $n$ , SNR ou



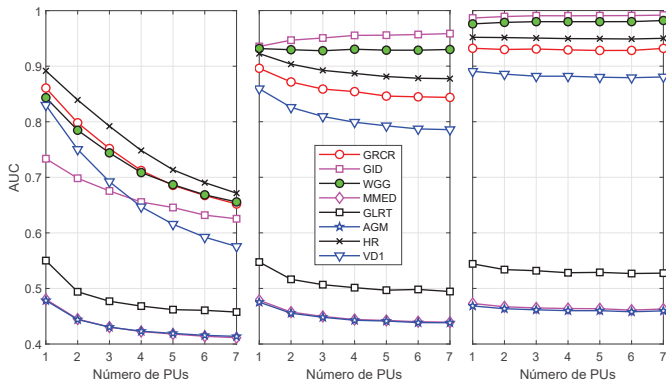


Fig. 8. AUC em função do número de PUs ( $s$ ), para  $n = 100$ ,  $m = 6$  e  $\text{SNR} = -10$  dB:  $K = 0$  (esquerda),  $K = 2$  (centro),  $K = 10$  (direita).

$m$  melhora monotonicamente o desempenho de todos os detectores robustos (GRCR, GID, WGG, HR e VD1).

- O aumento de  $n$  pouco influencia o desempenho dos detectores GLRT, MMED e AGM. Dentre estes, o MMED e o AGM também sofrem pequena influência de  $m$ , e o GLRT, embora melhore monotonicamente com  $m$ , o faz com desempenhos significativamente abaixo dos detectores robustos.
- O aumento da SNR também afeta o desempenho dos detectores não robustos (GLRT, MMED e AGM), mas de maneira não monotônica e com desempenhos consideravelmente inferiores aos detectores robustos, atingindo AUCs maiores que 0,85 apenas para SNRs maiores que  $\approx 0$  dB,  $\approx -2$  dB e  $\approx -5$  dB, respectivamente.
- Em termos do número de PUs, nota-se na Fig. 8 que há considerável piora de desempenho dos detectores robustos com o aumento de  $s$  para  $K = 0$ . Para  $K \geq 2$  os desempenhos de todos os detectores pouco são afetados com  $s$ . Novamente, os desempenhos dos detectores não robustos se localizam significativamente abaixo dos demais devido à influência das potências de ruído e de sinal desiguais entre os SUs e variantes no tempo.
- Pode-se notar que o GID tem desempenho superior na maior parte das faixas de variação de todos os parâmetros analisados quando  $K \geq 2$ . Por outro lado, este é o detector que é mais penalizado quando  $K = 0$ , apresentando o pior desempenho dentre os detectores robustos na maior parte das faixas de variação dos parâmetros em análise.
- O GRCR se mantém sempre entre os melhores desempenhos, independente do fator de Rice do canal de sensoriamento, mas não atinge desempenhos tão expressivos quanto o GID quando há percurso moderadamente ( $K = 2$ ) ou fortemente ( $K = 10$ ) dominante.
- Quando  $K \geq 2$  o detector WGG aqui proposto está classificado em segundo lugar em termos de desempenho para a maior parte das faixas de variação de todos os parâmetros em análise, mas muito próximo do primeiro colocado, o GID. Em outras palavras, nota-se que o WGG já é capaz de chegar próximo do seu melhor desempenho a partir de valores de  $K$  consideravelmente baixos.
- Quando  $K = 0$ , o WGG supera consideravelmente

o GID, apresentando desempenhos muito próximos do GRCR em grande parte das faixas de variação dos parâmetros analisados.

- Embora o GID seja fortemente penalizado quando  $K = 0$ , sua taxa de variação de desempenho em função de  $s$  é a menor dentre os detectores robustos, significando que a queda de desempenho do GID quando  $K = 0$  é pequena se o número de transmissores primários for elevado.
- Por fim, é notável o bom desempenho do detector HR, se mantendo na primeira colocação quando  $K = 0$  e na terceira quando  $K \geq 2$ , para a maior parte das faixas de variação dos parâmetros em análise.

## V. CONCLUSÕES

Neste artigo foi proposta a estatística de teste híbrida WGG, formada pela combinação linear das estatísticas de teste GRCR e GID. Em resumo, o WGG apresentou desempenho classificado entre os melhores detectores concorrentes analisados, para qualquer valor dos parâmetros sistêmicos e para qualquer fator de Rice no canal de sensoriamento. Vale lembrar que o WGG, a exemplo do GRCR e do GID, possui uma das mais baixas complexidades de implementação dentre os detectores conhecidos, é cego, robusto frente a potências de ruído e sinal recebido desiguais e variantes no tempo, e possui a propriedade de taxa de falso alarme constante.

Como oportunidade para novas pesquisas, cogita-se poder aplicar a ideia de combinação linear aqui proposta a outras estatísticas de teste que tenham a mesma raiz (por exemplo, aquelas baseadas em autovalores da matriz de covariância do sinal recebido) e que tenham deficiências ou vantagens complementares para certos parâmetros sistêmicos ou de canal.

## REFERÊNCIAS

- [1] J. Mitola III and G. Q. Maguire Jr., "Cognitive radio: making software radios more personal," *IEEE Personal Commun. Mag.*, vol. 6, no. 4, pp. 13–18, Aug. 1999.
- [2] I. F. Akyildiz, B. F. Lo, and R. Balakrishnan, "Cooperative spectrum sensing in cognitive radio networks: A survey," *Elsevier Physical Comm.*, vol. 4, pp. 40–62, Mar. 2011.
- [3] Y. Arjoune and N. Kaabouch, "A comprehensive survey on spectrum sensing in cognitive radio networks: Recent advances, new challenges, and future research directions," *Sensors*, vol. 19, no. 1, 2019. [Online]. Available: <http://www.mdpi.com/1424-8220/19/1/126>
- [4] D. A. Guimarães, "Robust test statistic for cooperative spectrum sensing based on the Gerschgorin circle theorem," *IEEE Access*, vol. 6, pp. 2445–2456, 2018.
- [5] D. A. Guimarães, "Gini index inspired robust detector for spectrum sensing over Ricean channels," *Electronics Letters*, November 2018. [Online]. Available: <https://digital-library.theiet.org/content/journals/10.1049/el.2018.7375>
- [6] D. Ramirez, G. Vazquez-Vilar, R. Lopez-Valcarce, J. Via, and I. Santamaria, "Detection of rank- $p$  signals in cognitive radio networks with uncalibrated multiple antennas," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 59, no. 8, pp. 3764–3774, Aug. 2011.
- [7] L. Huang, H. So, and C. Qian, "Volume-based method for spectrum sensing," *Digital Signal Processing*, vol. 28, pp. 48–56, 2014.
- [8] B. Nadler, F. Penna, and R. Garello, "Performance of eigenvalue-based signal detectors with known and unknown noise level," in *IEEE Int. Conf. Communications*, Jun. 2011, pp. 1–5.
- [9] R. Zhang, T. J. Lim, Y. C. Liang, and Y. Zeng, "Multi-antenna based spectrum sensing for cognitive radios: A GLRT approach," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 58, no. 1, pp. 84–88, Jan. 2010.
- [10] D. A. Guimarães. (2019, May) Performance of the weighted GRCR-GID (WGG) and competing detectors for spectrum sensing. [Online]. Available: [https://www.dropbox.com/s/7wsyp7xwitmex6p/Weighted\\_GRCR\\_GID.m?dl=0](https://www.dropbox.com/s/7wsyp7xwitmex6p/Weighted_GRCR_GID.m?dl=0)